

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МЕЖДУНАРОДНАЯ АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ «КРИПТОСОФТ»
ПЕНЗЕНСКИЙ ФИЛИАЛ ОАО «РОСТЕЛЕКОМ»
ООО «ЦЕНТР АНАЛИЗА И РАЗВИТИЯ КЛАСТЕРНЫХ
СИСТЕМ»
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

ТРУДЫ

X Международной научно-технической
конференции

г. Пенза, 27–29 ноября 2012 г.

Proceedings of the Tenth International Conference
of Science and Technology

NEW INFORMATION TECHNOLOGIES
AND SYSTEMS

Penza, Russia, November 27–29, 2012

Пенза
Издательство ПГУ
2012

УДК 004.4
Н72

Н72 Новые информационные технологии и системы : тр. X Между-
нар. науч.-техн. конф. (г. Пенза, 27–29 ноября 2012 г.). – Пенза : Изд-во
ПГУ, 2012. – 390 с.

ISBN 978-5-94170-517-7

Представлены материалы докладов, сделанных на X Международной научно-технической конференции «Новые информационные технологии и системы» («НИТиС-2012»), проводимой Министерством образования и науки РФ, Международной академией информатизации, Академией информатизации образования, научно-техническим предприятием «Криптософт» и Пензенским государственным университетом.

Доклады охватывают широкий спектр проблем в области новых информационных технологий в производстве, управлении, образовании; рассматриваются вопросы построения высокопроизводительных вычислительных комплексов, систем и сетей. Представлены современные технологии хранения и обработки данных, создания аппаратно-программных комплексов и информационно-вычислительных систем, интеллектуальных систем и систем управления, вопросы моделирования информационно-вычислительных систем и применения математических методов в информатике. В тематику конференции включен раздел, посвященный вопросам практической медицины.

УДК 004.4

Р е д а к ц и о н н а я к о л л е г и я :

***В. И. Волчихин, В. Б. Механов, Н. П. Вашкевич,
П. П. Макарычев, А. В. Кучин, Н. Н. Коннов***

ISBN 978-5-94170-517-7

© Пензенский государственный
университет, 2012

тов позволит понять, какое расположение элементов и в сочетании с какой цветовой схемой наиболее эффективно будет влиять на выбор материалов сайта. Это, в свою очередь, может стать правилами для выделения необходимой рекламы в материалах сайта.

Литература

1. Ложкин А. Г., Дюкина Н. Г. Автоморфизмы: от зеркального к симметрии знаний // Ижевск; Глазов: А. Г. Ложкин, 2011. – 183 с.

2. Ложкин А., Дюкина Н. Структурирование аналитической геометрии на основе симметрий // Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. – 176 с.

А. М. Володин

Россия, Пенза, Пензенский государственный университет

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СТРУКТУР ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ КАТЕГОРИЙ

Рассматривается формальное описание преобразований структур данных на основе теории категорий. Описывается функторный метод сравнения структур. Формулируется принцип максимума энтропии для структур данных.

В теории структур данных (СД) описываются различные структуры и операции обработки данных, но не исследуются способы преобразования СД. Поэтому целесообразна формализация преобразования структур данных с помощью положений теории категорий и функторов [1].

В [2] на основе общей теории систем Ю. А. Урманцева (ОТС-У) определяется поле структур данных (ПСД) как пространство всех возможных структур данных. При этом СД одного качества, имеющие близкую структуру и обладающие сходными свойствами, представляются в виде R -системы. На самом верхнем уровне ПСД находится единственная R -система \overline{RS} , включающая все допустимые СД.

В процессе использования СД могут изменяться структурные отношения и законы композиции, т.е. СД преобразуется в СД другого типа (например, список в дерево, бинарное сбалансированное дерево в бинарное несбалансированное дерево, бинарное дерево в m -арное дерево и др.).

Состояние СД характеризуется точкой в ПСД. Изменение СД представляется последовательностью состояний, или траекторией в пространстве состояний.

Для полного описания ПСД необходимо задать не только возможные состояния системы, но допустимые способы преобразования одних состояний в другие. Поэтому целесообразно рассматривать категории, объектами которых являются объекты-системы одной и той же R -системы, а стрелками – все морфизмы между ними. Таким образом, можно построить различные категории СД: категорию множеств, категорию списков, категорию бинарных и m -арных деревьев и др.

Морфизм – это отображение одного объекта-системы в другой объект-систему в системе объектов одного и того же рода (R -системы) путем тождественных, количественных, качественных и относительных преобразований, сохраняющее законы композиции R -системы, в рамках которой осуществляется преобразование.

Морфизмы в R-системе – это допустимые структурой системы способы изменения объектов.

В ОТС-У используются следующие морфизмы: системный изоморфизм и системный полиморфизм [3]. Системный изоморфизм определяет системы с необходимой степенью подобия, чтобы они обладали сходным качеством, а системный полиморфизм определяет системы с допустимой степенью разнообразия, чтобы они не потеряли сходного качества.

В [3] определены типы допустимых преобразований СД, согласованные с изменениями и эволюцией систем в ОТС-У.

Существование системы \overline{RS} , включающей все допустимые СД, позволяет построить категорию R-систем, где объектами будут R-системы, а морфизмами – R-альные преобразования [3].

Можно также выделить категорию категорий R-систем и категорию функторов из R-системы i-го рода в R-систему j-того рода.

Поиск выделенных СД среди всех потенциально возможных требует определенного упорядочения СД в ПСД и выбора наиболее подходящей из них.

Теория категорий и функторов предоставляет аппарат, позволяющий сравнивать любые "структурированные множества".

Если для сравнения "бесструктурных множеств" можно использовать такую характеристику, как количество элементов в них (кардинальное число, мощность), то для сравнения "множеств со структурой" такая характеристика неинформативна, поскольку никак не связана со структурой.

В [4–6] описывается метод сравнения множеств со структурой с помощью преобразований (соответствий), сохраняющих имеющуюся структуру. Проекции ПСД (R-системы) представляют собой структурированные множества, поэтому СД одного типа также можно сравнивать с помощью метода преобразований. Данный метод сравнения вводит понятие "структурное число", обобщающее понятие "кардинальное число", или "количество элементов", используемое для множеств без структуры. Однако, в отличие от бесструктурных множеств, которые всегда сравнимы с помощью количества элементов в них, структурированные множества могут оказаться не сравнимыми между собой, поскольку необходимые для сравнения соответствия существуют не для всех пар структурированных множеств.

Для решения проблемы сравнения структурированных множеств в [4–6] предлагается метод, состоящий в замене объектов и преобразований одной категории объектами и преобразованиями другой категории.

В теории категорий функция состояния может быть определена через количество допустимых преобразований. Забывающий функтор сопоставляет каждому структурированному множеству совокупность его преобразований, допустимых заданной на множестве структурой. Количества этих преобразований упорядочены так же, как структурные числа множеств (если структурные числа сравнимы). Доказательство этого утверждения приведено в [4].

Таким образом, морфизмы категорий (функторы) позволяют упорядочить их объекты.

Об упорядочении объектов A и B в какой-либо категории со сложной и непривычной структурой можно судить по упорядочению их образов F(A) и F(B) в категории с простой и хорошо изученной структурой объектов.

Предложенный в [4–6] метод сравнения структурированных множеств называется функторным сравнением структур, а количество допустимых преобразова-

ний структурированных множеств – их "функторными инвариантами", или "функторными числами". Согласно этому методу, структурированные множества целесообразно сравнивать по количеству их преобразований, не нарушающих заданную на множествах структуру (а не путем сравнения мощностей базовых множеств, составляющих структуры). Функторные числа, в отличие от структурных чисел, сравнимы для любых структурированных множеств.

Забывающий функтор [1] из произвольной категории структурированных множеств в категорию неструктурированных множеств, сопоставляющий объекту A множество всех морфизмов $\text{Hom}(X, A)$ из фиксированного объекта X в объект A , является монотонным при упорядочении структурированных множеств инъекциями [5]. Таким образом, если структура объекта A "сильнее" структуры объекта B , то количество сохраняющих структуру преобразований произвольного объекта X в объект A больше, чем количество таких же преобразований из объекта X в объект B . Если структуры объектов A и B одинаковы, то количества преобразований в множествах $\text{Hom}(X, A)$ и $\text{Hom}(X, B)$ равны. Число преобразований в множестве $\text{Hom}(X, A)$ называется инвариантом структуры объекта A относительно объекта X и обозначается $IX(A)$. Структура объекта A "сильнее" (относительно объекта X) структуры объекта B , если $IX(A) \geq IX(B)$.

Если задана категория Q структурированных множеств, то инвариант $IXQ(A)$ объекта A из Q определяет количество морфизмов в $\text{Hom}(X, A)$. $IXQ(A)$ – количество преобразований структурированного множества X в структурированное множество A , для которых выполняются условия, задаваемые категорией Q [1].

Преобразования из X в A можно рассматривать как допустимые структурой системы способы получения состояния A из состояния X , а $IXQ(A)$ – число таких способов.

Способы преобразования объектов R -системы, которые не выходят за рамки R -системы (в рамках R -системы), называют микросостояниями. Например, переупорядочение элементов в списке (сортировка) не изменяет тип СД (но влияет на эффективность выполняемых операций). Таким образом, понятие инварианта состояния системы можно интерпретировать как присущее этому состоянию число микросостояний.

Количество допустимых структурой системы преобразований зависит от количества элементов в структурированном множестве и от заданной на множестве структуры.

Количество преобразований морфизмов $IXQ(A)$ зависит как от числа элементов в множествах X и A , так и от типа структуры, заданной на этих множествах.

Вместо общего количества допустимых преобразований целесообразно использовать удельное их количество, т.е. количество преобразований, приходящихся на один элемент множества:

$$\rho^X(A) = \frac{IXQ(A)}{IXQ'(A)},$$

где $IXQ(A)$ – число морфизмов из множества X в множество A в категории структурированных множеств Q , а $IXQ'(A)$ – число морфизмов из множества X в множество A в категории бесструктурных множеств Q' с теми же по мощности множествами, что и в категории Q .

В [5] вводится величина

$$H^X(A) = \log \frac{1}{\rho^X(A)} = \log \frac{IXQ'(A)}{IXQ(A)} = -\log \frac{IXQ(A)}{IXQ'(A)},$$

представляющая энтропию перехода из состояния X в состояние A (структурная энтропия систем).

Энтропия $HX(A)$ является мерой "структурированности" состояния A (относительно состояния X), или мерой отклонения, "удаленности" структуры состояния A от его бесструктурного аналога, энтропия которого равна нулю.

Энтропия играет ту же роль, что и инварианты математических структур, упорядочивая структуры и описываемые этими структурами состояния систем. Неравенство $IXQ(A) < IXQ(B)$ означает, что структура множества A "слабее" (по отношению к объекту X) структуры множества B . Если для состояний системы A и B совпадают значения IXQ' , то состояния A и B являются различными реализациями некоторой структуры на одинаковых по мощности базовых множествах. В этом случае максимум энтропии соответствует минимальному (по "силе структур") состоянию системы.

В [6] сформулирован принцип экстремальной структуры (принцип максимума энтропии): из заданного состояния система переходит в такое состояние, для которого обобщенная энтропия максимальна в пределах, задаваемых доступными системе ресурсами. При этом на степень структурированности системы могут быть наложены ограничения (она должна быть не ниже некоторого порога).

Определение числа морфизмов из множества X в множество A является NP-трудной задачей, поэтому вместо величины $IXQ(A)$ целесообразно использовать количество структурных отклонений. Этот критерий определяет "расстояние" от одной СД до другой.

Принцип максимума энтропии для СД может быть сформулирован следующим образом: из всех возможных структур \overline{RS} должна быть выбрана та, затраты на преобразование в которую минимальны. При этом в качестве необходимых ресурсов для СД выступают объем использованной памяти и необходимое время обработки.

Таким образом, теория преобразования СД в ПСД может быть с достаточной степенью формализована с использованием средств и положений теории категорий. Для этого необходимо задать допустимые способы преобразования между СД одного или разного типа и, используя принцип максимума энтропии, определить наиболее эффективные из них.

Литература

1. Маклейн С. Категории для работающего математика / пер. с англ. под ред. В. А. Артамонова. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 352 с.
2. Дрождин В. В., Володин А. М. Поле структур данных // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические и технические науки. – Пенза: ПГПУ, 2010. – № 18 (28). – С. 123–129.
3. Дрождин В. В., Володин А. М. Преобразование структур данных в поле структур данных // Известия ПГПУ им. В. Г. Белинского. Физико-математические и технические науки. – Пенза : ПГПУ, 2011. – № 26. – С. 380–385.
4. Левич А. П. Теория множеств, язык теории категорий и их применение в теоретической биологии. М. : МГУ, 1982. – 190 с.
5. Левич А. П. Энтропия как мера структурированности сложных систем // Философские исследования. – 2001. – № 1. – С. 59–72.
6. Левич А. П. Поиск законов изменчивости систем как задача темпорологии // На пути к пониманию феномена времени: конструкции времени в естествознании. – М. : Прогресс-Традиция, 2009. – С. 397–425.